

令和 5 年 度

Ⅱ 数 学

(10 時 10 分 ～ 11 時 00 分)

注 意

- 問題用紙は 3 枚 (3 ページ) あります。
- 解答用紙はこの用紙の裏面です。
- 答えはすべて、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 解答用紙の  の欄には記入してはいけません。

**注 意**

- 1 答えに  $\sqrt{\quad}$  が含まれるときは、 $\sqrt{\quad}$  をつけたままで答えなさい。  
ただし、 $\sqrt{\quad}$  の中はできるだけ小さい自然数にしない。
- 2 円周率は  $\pi$  を用いなさい。

**1** 次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) 次の計算をなさい。

- ①  $(-21) \div 7$
- ②  $-\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$
- ③  $(-3a) \times (-2b)^3$
- ④  $\sqrt{8} - \sqrt{18}$

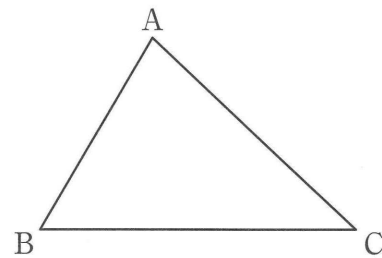
(2) ある球の半径を 2 倍にすると、体積はもとの球の体積の何倍になるか、求めなさい。

**2** 次の (1) ~ (5) の問いに答えなさい。

(1) 桃の果汁が 31 % の割合で含まれている飲み物がある。この飲み物  $a$  mL に含まれている桃の果汁の量は何 mL か、 $a$  を使った式で表しなさい。

(2) 等式  $3x + 2y - 4 = 0$  を  $y$  について解きなさい。

(3) 右の図のような、 $\triangle ABC$  がある。  
辺  $AC$  上にあって、辺  $AB$ ,  $BC$  までの距離が等しい点  $P$  を、定規とコンパスを用いて作図によって求め、 $P$  の位置を示す文字  $P$  も書きなさい。  
ただし、作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。



(4) 関数  $y = x^2$  について、 $x$  の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(5) 図 1 は、ある学級の生徒 30 人について、先月の図書館の利用回数を調べ、その分布のようすをヒストグラムに表したものである。例えば、利用回数が 2 回以上 4 回未満の生徒は 3 人であることがわかる。また、図 2 のア~エのいずれかは、この利用回数の分布のようすを箱ひげ図に表したものである。その箱ひげ図をア~エの中から 1 つ選び、記号で答えなさい。

図 1

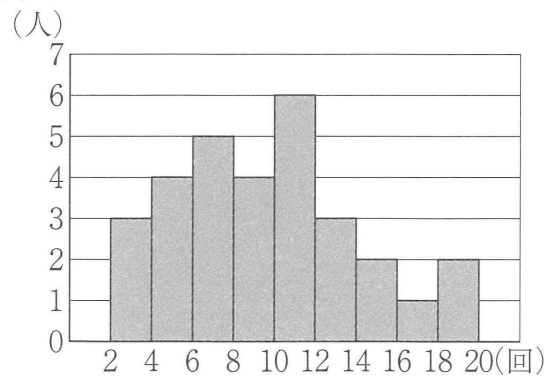
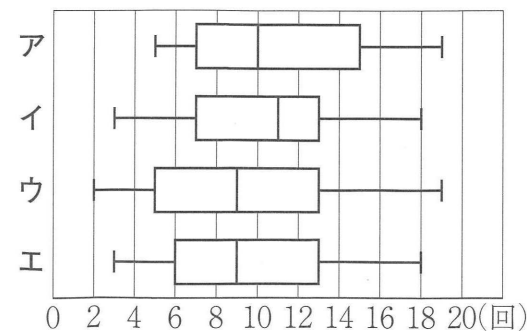
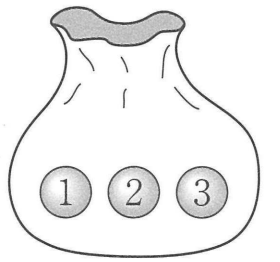


図 2



**3** 次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) 右の図のように、袋の中に 1, 2, 3 の数字が 1 つずつ書かれた 3 個の玉が入っている。A, B の 2 人が、この袋の中から、**<取り出し方のルール>** の (ア), (イ) のいずれかにしたがって、1 個ずつ玉を取り出し、書かれた数が多いほうの玉を取り出した人が景品をもらえるゲームを考える。書かれた数が等しい場合には 2 人とも景品はもらえない。ただし、どの玉を取り出すことも同様に確からしいものとする。



**<取り出し方のルール>**

- (ア) はじめに A が玉を取り出す。次に、その取り出した玉を袋の中にもどし、よくかき混ぜてから B が玉を取り出す。
- (イ) はじめに A が玉を取り出す。次に、その取り出した玉を袋の中にもどさず、続けて B が玉を取り出す。

- ① ルール (ア) にしたがったとき、A が景品をもらえる確率を求めなさい。
- ② A が景品をもらえない確率が高いのは、ルール (ア), (イ) のどちらのルールにしたがったときか。ア, イの記号で答え、その確率も書きなさい。

(2) 図 1 のように、整数を 1 から順に 1 段に 7 つずつ並べたものを考え、縦、横に 2 つずつ並んでいる 4 つの整数を四角形で囲む。ただし、 $\circ$  は整数を省略したものであり、囲んだ位置は例である。

このとき、囲んだ 4 つの整数を

$$\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array}$$

とすると、 $ad - bc$  はつねに同じ値になる。

- ①  $ad - bc$  の値を求めなさい。
- ② 図 2 のように、1 段に並べる整数の個数を  $n$  に変えたものを考える。ただし、 $n$  は 2 以上の整数とする。

このとき、 $ad - bc$  はつねに  $n$  を使って表された同じ式になる。その式を解答用紙の ( ) の中に書きなさい。また、それがつねに成り立つ理由を説明しなさい。

図 1

|    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| ⋮  | ⋮  | ⋮  | ⋮  | ⋮  | ⋮  | ⋮  |
| ○  | ○  | ○  | ○  | ○  | ○  | ○  |
| ○  | ○  | ○  | ○  | ○  | ○  | ○  |
| ⋮  | ⋮  | ⋮  | ⋮  | ⋮  | ⋮  | ⋮  |

図 2

|   |   |   |   |   |     |
|---|---|---|---|---|-----|
| 1 | ○ | ○ | ○ | ⋯ | $n$ |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ⋯ | ○   |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ⋯ | ○   |
| ○ | ○ | ○ | ○ | ⋯ | ○   |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮   |

- 4 ある中学校で地域の清掃活動を行うために、生徒 200 人が 4 人 1 組または 5 人 1 組のグループに分かれた。ごみ袋を配るとき、1 人 1 枚ずつに加え、グループごとの予備として 4 人のグループには 2 枚ずつ、5 人のグループには 3 枚ずつ配ったところ、配ったごみ袋は全部で 314 枚であった。

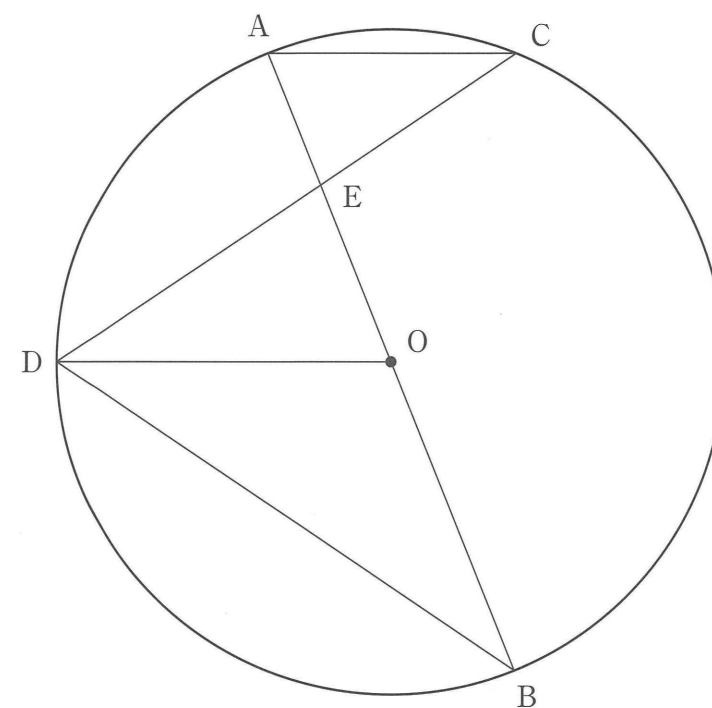
このとき、4 人のグループの数と 5 人のグループの数をそれぞれ求めなさい。

求める過程も書きなさい。

- 5 下の図のように、線分  $AB$  を直径とする円  $O$  の周上に、直線  $AB$  に対して反対側にある 2 点  $C, D$  を  $AC \parallel DO$  となるようにとる。また、線分  $AB$  と線分  $CD$  との交点を  $E$  とする。

このとき、次の (1), (2) の問いに答えなさい。

- (1)  $\triangle EDO \sim \triangle EBD$  となることを証明しなさい。
- (2)  $AC : DO = 7 : 9$  であるとき、 $\triangle EDO$  と  $\triangle EBD$  の相似比を求めなさい。



- 6 図1のように、反比例  $y = \frac{a}{x}$  ( $x > 0$ ) のグラフ上に2点 A, B があり、A の  $y$  座標は6、B の  $x$  座標は2である。また、比例  $y = ax$  のグラフ上に点 C,  $x$  軸上に点 D があり、A と D の  $x$  座標、B と C の  $x$  座標はそれぞれ等しい。ただし、 $0 < a < 12$  とする。

次の「会話」は、花子さんと太郎さんが四角形 ADBC について考察し、話し合った内容である。

「会話」

花子さん： $a$  の値を1つとると、2つのグラフが定まり、4つの辺と面積も定まるね。点 A の座標は、反比例の関係  $xy = a$  から求めることができそうだよ。

太郎さん：例えば、 $a = 1$  のときの四角形について調べてみようか。

.....

太郎さん：形を見ると、いつでも台形だね。平行四辺形になるときはあるのかな？

花子さん：私は、面積についても調べてみたよ。そうしたら、 $a = 1$  のときと面積が等しくなる四角形が他にもう1つあることがわかったよ。

このとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

- (1) 図2は、図1において、 $a = 1$  とした場合を表している。このとき、線分 BC の長さを求めなさい。
- (2) 四角形 ADBC が平行四辺形になるときの  $a$  の値を求めなさい。
- (3) 「会話」の下線部について、四角形 ADBC の面積が  $a = 1$  のときの面積と等しくなるような  $a$  の値を、 $a = 1$  の他に求めなさい。

図1

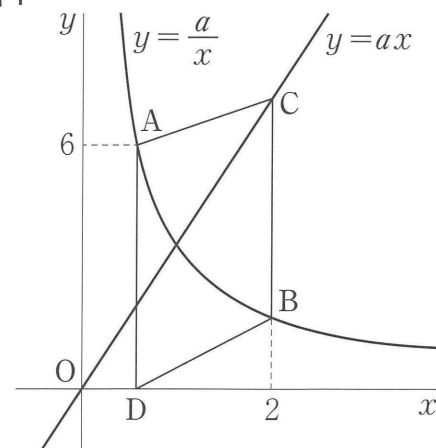
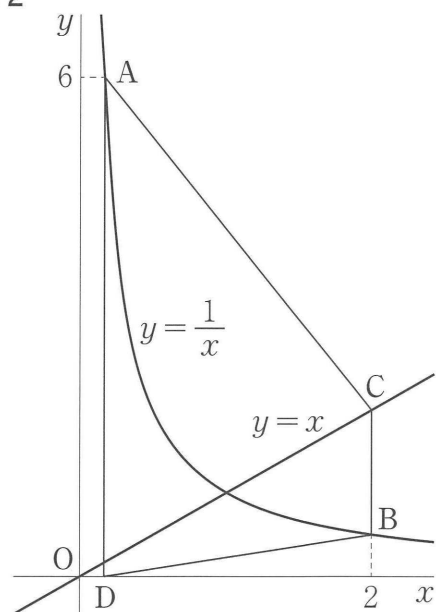


図2



- 7 下の図のように、底面が1辺2 cm の正方形で、高さが $\sqrt{15}$  cm の正四角柱と、正方形 EFGH のすべての辺に接する円 O を底面とする円錐があり、それらの高さは等しい。また、線分 EF と円 O との接点 I から円錐の側面にそって1周して I にもどるひもが、最も短くなるようにかけられている。ただし、円錐において、頂点と点 O を結ぶ線分は底面に垂直である。

このとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

- (1) 円錐の母線の長さを求めなさい。
- (2) ひもの長さを求めなさい。ただし、ひもの太さや伸び縮みは考えないものとする。
- (3) ひもの通る線上に点 P をとる。P を頂点とし、四角形 ABCD を底面とする四角錐の体積が最も小さくなるとき、その体積を求めなさい。

